

数学 B 平面上のベクトル小テスト(1)解答例

△OAB において、辺OAの中点をC、辺OBを 2:3 に内分する点をDとし、線分 ADとBCの交点をPとする。 $\overrightarrow{OA}=\vec{a}$ 、 $\overrightarrow{OB}=\vec{b}$ として、次の間に答えよ。

(1) \overrightarrow{OC} 、 \overrightarrow{OD} を \vec{a} 、 \vec{b} で表せ。(結果だけでよい)

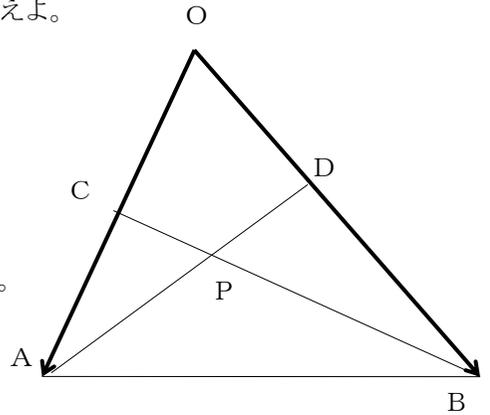
$$\overrightarrow{OC} = \frac{1}{2} \vec{a} \quad , \quad \overrightarrow{OD} = \frac{2}{5} \vec{b}$$

(2) BP:PC=s:(1-s)とおくとき、 \overrightarrow{OP} を s、 \vec{a} 、 \vec{b} で表せ。

$$\begin{aligned} \overrightarrow{OP} &= \frac{s\overrightarrow{OC} + (1-s)\overrightarrow{OB}}{s + (1-s)} \text{ (内分公式)} \\ &= \frac{s}{2} \vec{a} + (1-s) \vec{b} \dots\dots\dots \textcircled{1} \end{aligned}$$

(3) AP:PD=t:(1-t)とおくとき、 \overrightarrow{OP} を t、 \vec{a} 、 \vec{b} で表せ。

$$\begin{aligned} \overrightarrow{OP} &= \frac{t\overrightarrow{OD} + (1-t)\overrightarrow{OA}}{s + (1-s)} \text{ (内分公式)} \\ &= \frac{2t}{5} \vec{b} + (1-t) \vec{a} = (1-t) \vec{a} + \frac{2t}{5} \vec{b} \dots\dots\dots \textcircled{2} \end{aligned}$$



ポイント ベクトルは、
 $\square \vec{a} + \square \vec{b}$
 の形に整理する

(4) \overrightarrow{OP} を \vec{a} 、 \vec{b} で表せ。

①、②より、 \vec{a} 、 \vec{b} は一次独立であるから、両辺を比較して、

$$\vec{a} \text{ の係数を比較して、 } \frac{s}{2} = 1 - t$$

$$\vec{b} \text{ の係数を比較して、 } 1 - s = \frac{2t}{5}$$

これを解いて、 $s = \frac{3}{4}$ 、 $t = \frac{5}{8}$

$$\text{従って、} \overrightarrow{OP} = \frac{3}{8} \vec{a} + \frac{1}{4} \vec{b}$$

(余力問題)

直線 OP の延長上と辺 AB との交点を Q とするとき、AQ:QB、OP:PQ を求めよ。

$$\overrightarrow{OP} = \frac{3}{8} \vec{a} + \frac{1}{4} \vec{b} = \frac{3\vec{a} + 2\vec{b}}{8} = \frac{3\vec{a} + 2\vec{b}}{5} \times \frac{5}{8} \text{ より、AQ:QB=2:3、OP:PQ=5:3}$$