

第1章 平面上のベクトル (5)

[F] ベクトルの平行

$\vec{0}$ でない2つのベクトル \vec{a} と \vec{b} は向きが同じか反対の時、平行であるといい、

$$\vec{a} // \vec{b}$$

とかく。例えば、ベクトルの実数倍の定義より、次のベクトルは全て \vec{a} と平行である。

$$2\vec{a}、3\vec{a}、\frac{1}{2}\vec{a}、-2\vec{a} \dots\dots$$

これから分かるように、次のことが成り立つ。

$\vec{a} \neq \vec{0}、\vec{b} \neq \vec{0}$ のとき、

$$\vec{a} // \vec{b} \Leftrightarrow \vec{b} = k\vec{a} \quad \text{となる実数 } k \text{ がある。}$$

<例12> 次の問いに答えよ。

(1) $|\vec{a}|=3$ のとき、 \vec{a} と平行で大きさが1のベクトルをいえ。

$$\frac{1}{3}\vec{a} \text{ と、逆向きを考えて、 } -\frac{1}{3}\vec{a}$$

(2) $|\vec{a}|=2$ のとき、 \vec{a} と平行で大きさが3のベクトルをいえ。

$$\frac{3}{2}\vec{a} \text{ と、逆向きを考えて、 } -\frac{3}{2}\vec{a}$$

大きさが1のベクトルを、単位ベクトルという。単位ベクトルを \vec{e} で表すと、 $|\vec{e}|=1$

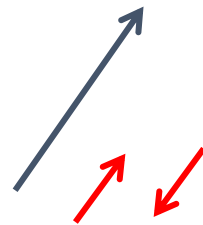
<例13>

(1) 単位ベクトル \vec{e} と平行で、大きさが $\frac{1}{2}$ のベクトルを、 \vec{e} を用いて表せ。

$$\frac{1}{2}\vec{e} \text{ と、逆向きを考えて、 } -\frac{1}{2}\vec{e}$$

(2) $|\vec{a}|=5$ のとき、 \vec{a} と同じ向きの単位ベクトルを求めよ。

$$\frac{1}{5}\vec{a}$$



□ ベクトルの分解

<例14> $\triangle ABC$ の辺 BC , CA , AB の中点をそれぞれ, D , E , F とする。

$\overrightarrow{AB} = \vec{a}$ 、 $\overrightarrow{AC} = \vec{b}$ とするとき, 次のベクトルを \vec{a} と \vec{b} で表せ。

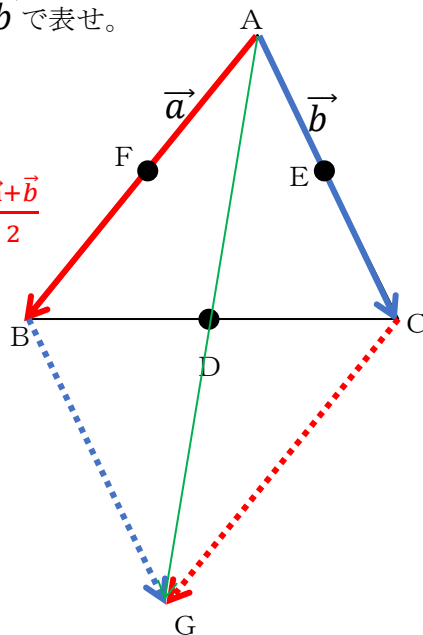
(1) $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AC} = -\vec{a} + \vec{b}$

(2) $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BD} = \vec{a} + \frac{\overrightarrow{BC}}{2} = \vec{a} + \frac{-\vec{a} + \vec{b}}{2} = \frac{\vec{a} + \vec{b}}{2}$

※ \overrightarrow{AD} は、右図平行四辺形の対角線 AG の中点なので、

$$\overrightarrow{AD} = \frac{\overrightarrow{AG}}{2} = \frac{\vec{a} + \vec{b}}{2}$$

または、 $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AF} + \overrightarrow{FD} = \frac{\vec{a}}{2} + \frac{\vec{b}}{2}$



(3) $\overrightarrow{BE} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AE} = -\vec{a} + \frac{\vec{b}}{2}$

(4) $\overrightarrow{CF} = \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{AF} = -\vec{b} + \frac{\vec{a}}{2}$

演習2 正六角形 $ABCDEF$ において, $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$ 、 $\overrightarrow{BC} = \vec{b}$ とするとき, 次のベクトルを

\vec{a} と \vec{b} で表せ。(対角線の交点を O とおく)

(1) $\overrightarrow{CD} = \overrightarrow{CO} + \overrightarrow{OD} = -\vec{a} + \vec{b}$

(2) $\overrightarrow{BD} = \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD} = \vec{b} + (-\vec{a} + \vec{b})$
 $= -\vec{a} + 2\vec{b}$

(3) $\overrightarrow{EC} = \overrightarrow{ED} + \overrightarrow{DC} = \vec{a} - \overrightarrow{CD}$
 $= \vec{a} - (-\vec{a} + \vec{b}) = 2\vec{a} - \vec{b}$

