３　ベクトルの成分

A　ベクトルの成分表示

座標平面上のベクトルについて，x 軸，y 軸上の正の向きの単位ベクトルを，それぞれ

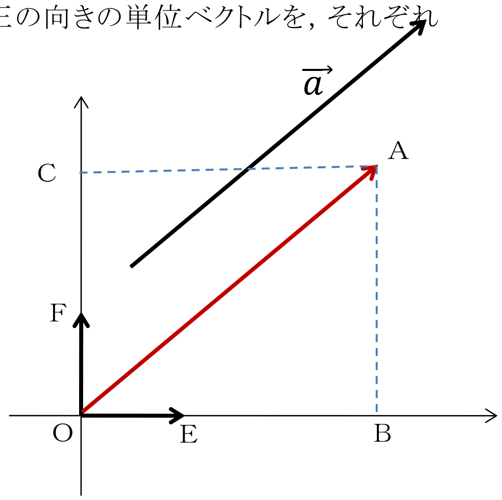
$$\overrightarrow{\mathrm{OE}}=\overrightarrow{e_1}\quad ,\ \overrightarrow{\mathrm{OF}}=\overrightarrow{e_2}$$

とすると，この平面上の任意のベクトル$\overrightarrow{a}$は

$$\overrightarrow{a}=a_1\overrightarrow{e_1}+a_2\overrightarrow{e_2}\quad \cdots\cdots①$$

の形に表すことができる。

(証明)



$\overrightarrow{a}$の始点を原点 O になるように移動する。

終点をAとし、点Aの座標を$(a_1、a_2)$とする。

このとき、$\overrightarrow{\mathrm{OB}}=a_1\overrightarrow{e_1}$　、$\overrightarrow{\mathrm{BA}}=\overrightarrow{\mathrm{OC}}=a_2\overrightarrow{e_2}$　であり、

$$\overrightarrow{a}=\overrightarrow{\mathrm{OA}}=\overrightarrow{\mathrm{OB}}+\overrightarrow{\mathrm{BA}}=a_1\overrightarrow{e_1}+a_2\overrightarrow{e_2}$$

※ $\overrightarrow{e_1}$，$\overrightarrow{e_2}$ を**基本ベクトル**といい、①を**基本ベクトル表示**という。

①における a_1、a_2 をそれぞれ，$\overrightarrow{a}$の **x 成分**，**y 成分**といい、まとめて$\overrightarrow{a}$の**成分**という。

$\overrightarrow{a}$は，その成分 a_1、a_2 によって定まるので，

$$\overrightarrow{a}=(a_1、a_2)\quad \cdots\cdots\ ②$$

とかき、これをベクトルの**成分表示**という。

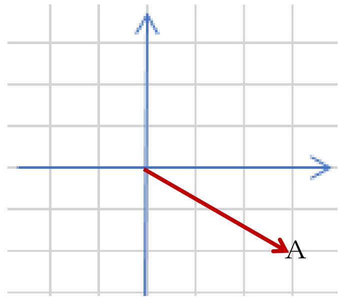
即ち，平面上の任意のベクトル$\overrightarrow{a}$は，次のように表すことができる。

$\overrightarrow{a}=a_1\overrightarrow{e_1}+a_2\overrightarrow{e_2}$	基本ベクトル表示
$=(a_1、a_2)$	成分表示

＜例15＞ 基本ベクトル$\overrightarrow{e_1}$ ，$\overrightarrow{e_2}$を成分で表すと，

$\overrightarrow{e_1}$ ＝(1、0)　　　　　、$\overrightarrow{e_2}$ ＝(0、1)

＜例16＞点A(3、－2)のとき，$\overrightarrow{\mathrm{OA}}$＝(3 ， －2)



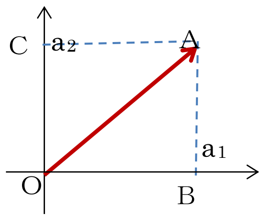
2 つのベクトル$\vec{a}$＝$(a_1、a_2)$、$\vec{b}$ ＝$(b_1、b_2)$があるとき，次のことが成り立つ。

$$\vec{a}=\vec{b} \iff a_1=b_1,\ a_2=b_2$$

ベクトルの大きさは，成分を使って表すと，次のようになる。

$\vec{a}$＝$(a_1,\ a_2)$　のとき，$|\vec{a}|=\sqrt{{a_1}^2+{a_2}^2}$

(証明)

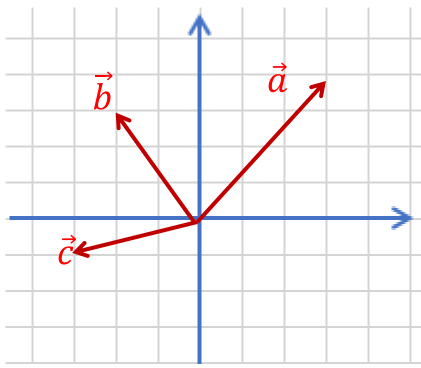


$\vec{a}=\overrightarrow{\mathrm{OA}}$とおく。三平方の定理から、

$\mathrm{OA}^2=\mathrm{OB}^2+\mathrm{BA}^2={a_1}^2+{a_2}^2$より、$\mathrm{OA}=\sqrt{{a_1}^2+{a_2}^2}$

ここで、$\mathrm{OA}=\left|\overrightarrow{\mathrm{OA}}\right|=|\vec{a}|=\sqrt{{a_1}^2+{a_2}^2}$

＜例17＞次のベクトルをかき、大きさを求めよ。



(1) $\vec{a}$＝(3，4)

$|\vec{a}|=\sqrt{3^2+4^2}=\sqrt{9+16}=\sqrt{25}=5$

(2) $\vec{b}$ ＝(－2，3)

$|\vec{b}|=\sqrt{(-2)^2+3^2}=\sqrt{4+9}=\sqrt{13}$

(3) $\vec{c}$＝(－3，－1)

$|\vec{c}|=\sqrt{(-3)^2+(-1)^2}=\sqrt{9+1}=\sqrt{10}$