B　和、差、実数倍の成分表示

$\vec{a}=(a_1、a_2)$、$\vec{b}=(b_1、b_2)$は、基本ベクトル $\vec{e_1}$，$\vec{e_2}$を用いて表すと

$$\vec{a}=a_1\vec{e_1}+a_2\vec{e_2}$$

$$\vec{b}=b_1\vec{e_1}+b_2\vec{e_2}$$

であるから、

$$\vec{a}+\vec{b}=(a_1\vec{e_1}+a_2\vec{e_2})+(b_1\vec{e_1}+b_2\vec{e_2})$$

$$=(a_1+b_1)\vec{e_1}+(a_2+b_2)\vec{e_2}$$

$$\vec{a}-\vec{b}=(a_1\vec{e_1}+a_2\vec{e_2})-(b_1\vec{e_1}+b_2\vec{e_2})$$

$$=(a_1-b_1)\vec{e_1}+(a_2-b_2)\vec{e_2}$$

$$k\vec{a}=k(a_1、a_2)=(ka_1、ka_2)$$

従って、$\vec{a}=(a_1、a_2)$、$\vec{b}=(b_1、b_2)$のとき、次のことが成り立つ。

$$\vec{a}+\vec{b}=(a_1、a_2)+(b_1、b_2)=(a_1+b_1、a_2+b_2)$$

$$\vec{a}-\vec{b}=(a_1、a_2)-(b_1、b_2)=(a_1-b_1、a_2-b_2)$$

$$k\vec{a}=k(a_1、a_2)=(ka_1、ka_2)$$

＜例 18＞　$\vec{a}=(3、-2)$、$\vec{b}=(4、3)$のとき、次のベクトルを成分で表せ。

(1)　$3\vec{a}=(9、-6)$

(2)　$4\vec{a}-2\vec{b}=(12、-8)-(8、6)=(4、-14)$

(3)　$-2(2\vec{a}-3\vec{b})=-4\vec{a}+6\vec{b}=(-12、8)+(24、18)=(12、26)$

$\boxed{\text{演習 3}}$ $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{x}$が次のように与えられているとき、$\vec{x}$＝s$\vec{a}$＋t$\vec{b}$の形に表せ。

(1) $\vec{a}$＝(3, 2), $\vec{b}$＝(2, 2)のとき, $\vec{x}$＝(1、0)

$\vec{x}$＝s$\vec{a}$＋t$\vec{b}$とおいて, 成分で表すと,

(1、0)＝s(3, 2)＋t(2, 2)
＝(3s、2s)＋(2t、2t)
＝(3s＋2t、2s＋2t)

よって, 両辺の成分を比較して,

$$\begin{cases} 1=3s+2t \\ 0=2s+2t \end{cases}$$

この連立方程式を解いて、

s＝1、t＝－1

従って、$\vec{x}=\vec{a}-\vec{b}$

(2) $\vec{a}$＝(2, 1), $\vec{b}$＝(−1, 3)のとき, $\vec{x}$＝(8、−3)

$\vec{c}$＝s$\vec{a}$＋t$\vec{b}$とおいて, 成分で表すと,

(8、−3)＝s(2, 1)＋t(−1, 3)
＝(2s、s)＋(−t、3t)
＝(2s−t、s＋3t)

よって, 両辺の成分を比較して,

8＝2s−t ・・・・ ①
−3＝s＋3t ・・・ ②

①−②×2 より、14＝−7t ∴ t＝−2
①×3＋② より、21＝7s ∴ s＝3

従って、$\vec{c}=3\vec{a}-2\vec{b}$