

第1章 平面上のベクトル (8)

<例19> 2つのベクトル $\vec{a} = (-2, 3)$ 、 $\vec{b} = (x, -6)$ がある。次の問いに答えよ。

(1) \vec{a} と \vec{b} が平行であるための条件をいえ。

$\vec{b} = k\vec{a}$ となる実数 k が存在する。

(2) \vec{a} と \vec{b} が平行であるように、 x の値を定めよ。

(1)より、 $\vec{b} = k\vec{a}$ とおくと、 $(x, -6) = k(-2, 3) = (-2k, 3k)$

従って、成分を比較して、 $x = -2k$ 、 $-6 = 3k$

これより、 $k = -2$ 、 $x = 4$

(3) \vec{a} に平行で、大きさが 1 のベクトルを求めよ。

$|\vec{a}| = \sqrt{4 + 9} = \sqrt{13}$ 、従って、求めるベクトルは、 $\frac{1}{\sqrt{13}}\vec{a}$ 、 $-\frac{1}{\sqrt{13}}\vec{a}$

(別解) 求めるベクトルを $k\vec{a}$ とおくと、 $k\vec{a} = k(-2, 3) = (-2k, 3k)$

このベクトルの大きさが 1 より、 $\sqrt{4k^2 + 9k^2} = \sqrt{13k^2} = 1 \quad \therefore \sqrt{k^2} = \frac{1}{\sqrt{13}}$

従って、 $k = \pm \frac{1}{\sqrt{13}}$ より、求めるベクトルは、 $\pm \frac{1}{\sqrt{13}}\vec{a}$

□ 座標平面上の点とベクトル

座標平面上に 2 点 $A(a_1, a_2)$ 、 $B(b_1, b_2)$ をとると、

$$\vec{OA} = (a_1, a_2)$$

$$\vec{OB} = (b_1, b_2)$$

従って、 $\vec{AB} = \vec{OB} - \vec{OA} = (b_1 - a_1, b_2 - a_2)$

従って、次のことが成り立つ。

$$\vec{AB} = (b_1 - a_1, b_2 - a_2)$$

$$|\vec{AB}| = \sqrt{(b_1 - a_1)^2 + (b_2 - a_2)^2}$$

<例20> 次の2点A、Bについて \overrightarrow{AB} を成分表示し、大きさを求めよ。

(1) A(2, -2)、B(4, 1)

$$\overrightarrow{AB} = (4-2, 1-(-2)) = (2, 3)$$

$$|\overrightarrow{AB}| = \sqrt{4+9} = \sqrt{13}$$

(2) A(-1, 3)、B(-2, -1)

$$\overrightarrow{AB} = (-1, -4)$$

$$|\overrightarrow{AB}| = \sqrt{1+16} = \sqrt{17}$$

<例21> 点A(-2, 2), B(4, 0), C(5, 3)、D(x, y)を頂点とする四角形ABCDが平行四辺形になるように頂点Dの座標を求めよ。

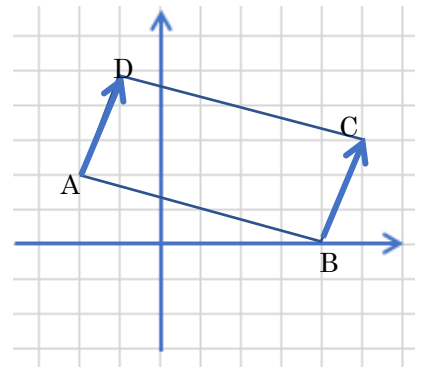
(解答) 四角形ABCDが平行四辺形になるには、

$$\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC} \text{ であればよい。}$$

$$\overrightarrow{AD} = (x+2, y-2)$$

$$\overrightarrow{BC} = (1, 3)$$

より、 $x = -1, y = 5$ 従って、D(-1, 5)



演習 4 3点A(1, 2), B(3, -2), C(4, 1)を頂

点とする平行四辺形の第4の頂点の座標を求めよ。(ヒント;3つある)

(1) ABCD のときは、 $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$ として

$$(x-1, y-2) = (1, 3) \therefore D(2, 5)$$

(2) AEBC のときは、 $\overrightarrow{AE} = \overrightarrow{CB}$ として

$$(x-1, y-2) = (-1, -3) \therefore E(0, -1)$$

(3) ABFC のときは、 $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CF}$ として

$$(2, -4) = (x-4, y-1) \therefore F(6, -3)$$

