7　図形のベクトルによる表示

A　ベクトル$\vec{d}$に平行な直線

座標平面における直線は

$$ax+by+c=0$$

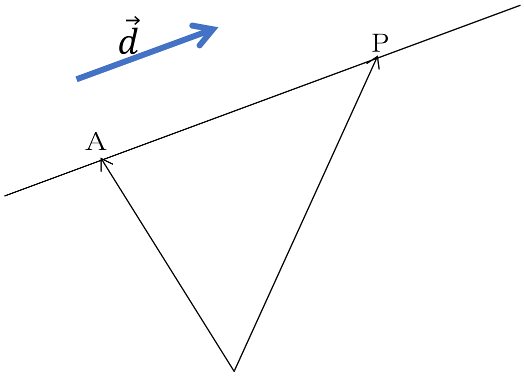
で表された。ここでは，ベクトルを用いて，直線を表すことを考える。

直線は

1.　直線上の 1 つの点 A
2.　その直線に平行なベクトル$\vec{d}$

が分かれば確定する。そこで，

定点 A($\vec{a}$)を通り，ベクトル$\vec{d}$に平行な直線 g について考える。



直線 g 上の任意の点を P($\vec{p}$)とおくと，

$\overrightarrow{AP}//\vec{d}$　より，$\overrightarrow{AP}=t\vec{d}$

とおける。ただし，t は実数とする。

ここで、$\overrightarrow{AP}=\vec{p}-\vec{a}$より、$\vec{p}-\vec{a}=t\vec{d}$

$\therefore\ \vec{p}=\vec{a}+t\vec{d}$

ここで，$\vec{d}$のことを、この直線 g の**方向ベクトル**という。

すなわち、次のことが成り立つ。

> 定点 A($\vec{a}$)を通り，方向ベクトルが$\vec{d}$である直線 g 上の任意の点 P($\vec{p}$)は
>
> $\vec{p}=\vec{a}+t\vec{d}$　　・・・ ①

このとき、①を直線 g の**ベクトル方程式**といい、tを**媒介変数**という。

ここで、

$\vec{a}=(x_1、y_1)$、$\vec{d}=(\ell、m)$とし、$\vec{p}=(x、y)$とおくと、①は、

$(x、y)=(x_1、y_1)+t(\ell、m)$

これより、

$$\begin{cases} x=x_1+\ell t & (ア) \\ y=y_1+mt & (イ) \end{cases} \quad \cdots ②$$

②を、直線の**媒介変数表示**という。

ここで、媒介変数tを消去すると、

(ア)×m　より、$mx=mx_1+\ell mt$

(イ)×ℓ　より、 $\ell y=\ell y_1+\ell mt$

として、両辺を引くと、$mx-\ell y=mx_1-\ell y_1$

これより、$m(x-x_1)-\ell(y-y_1)=0$

＜例 41＞　次の点 A を通り，ベクトル$\vec{d}$に平行な直線を媒介変数表示せよ。また媒介変数tを消去した直線の方程式を求めよ。

(1)　A(3, 2), $\vec{d}=(4, 5)$

媒介変数表示は、

$x=3+4t$　・・・　①

$y=2+5t$　・・・　②

これより、tを消去する。

①×5－②×4 より

$5x-4y=15-8=7$

∴　$5x-4y-7=0$

(2)　A(1, －2), $\vec{d}=(-2, 3)$

媒介変数表示は、

$x=1-2t$　・・・　①

$y=-2+3t$　・・・　②

これより、tを消去する。

①×3＋②×2 より

$3x+2y=3-4=-1$

∴　$3x+2y+1=0$