

B 異なる 2 点 A、B を通る直線

異なる 2 点 $A(\vec{a})$ 、 $B(\vec{b})$ を通る直線 g を考える。この直線の方法ベクトルは

$$\vec{AB}$$

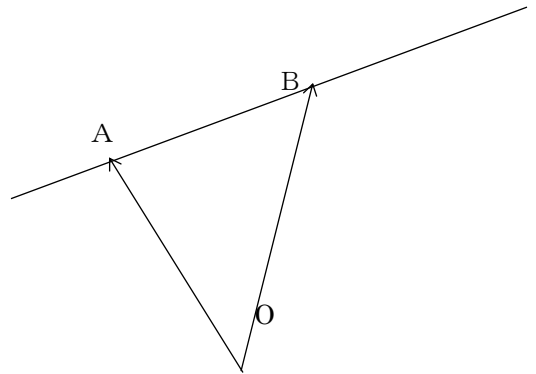
従って、直線 g 上の任意の点を $P(\vec{p})$ とおくと、

$$\vec{AP} \parallel \vec{AB} \quad \text{より、}$$

$$\vec{AP} = t\vec{AB} \quad \text{となる実数 } t \text{ がある。}$$

$$\vec{AP} = \text{より、} \vec{p} - \vec{a} = t\vec{AB}$$

すなわち、次のことが成り立つ。



2 点 $A(\vec{a})$ 、 $B(\vec{b})$ を通る直線 g 上の任意の点を $P(\vec{p})$ とおくと、

$$\vec{p} = \vec{a} + t\vec{AB} \quad \dots \text{ ①}$$

これを直線 AB のベクトル方程式という。

<例 44> 2 点 A、B を通る直線の方程式を求めよ。

(1) $A(2, -3)$ 、 $B(4, 1)$

方向ベクトルは、 $\vec{AB} = (4-2, 1-(-3)) = (2, 4)$

媒介変数 t を使って表すと、 $(x, y) = (2, -3) + t(2, 4)$

$$\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = -3 + 4t \end{cases}$$

これから、 t を消去して、 $2x - y - 7 = 0$

(2) $A(1, 5)$ 、 $B(3, 2)$

$\vec{AB} = (3-1, 2-5) = (2, -3)$

従って、 $x = 1 + 2t$ 、 $y = 5 - 3t$

これより、 t を消去して、 $3x + 2y - 13 = 0$

①において、 $\overrightarrow{AB} = \vec{b} - \vec{a}$ であるから、①は、

$$\begin{aligned} \vec{p} &= \vec{a} + t\overrightarrow{AB} = \vec{a} + t(\vec{b} - \vec{a}) = \vec{a} + t\vec{b} - t\vec{a} \\ &= (1-t)\vec{a} + t\vec{b} \end{aligned}$$

2点 $A(\vec{a})$ 、 $B(\vec{b})$ を通る直線 g のベクトル方程式は、

$$\vec{p} = (1-t)\vec{a} + t\vec{b} \quad \dots \text{②}$$

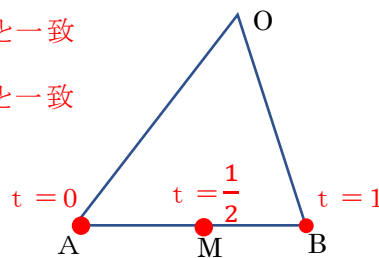
<例 45> ②において、 t の値が次のように与えられているとき、点 P の位置を図示せよ。

(1) $t=0$ $\vec{p} = \vec{a}$ より、点 P は点 A と一致

(2) $t=1$ $\vec{p} = \vec{b}$ より、点 P は点 B と一致

(3) $t = \frac{1}{2}$ $\vec{p} = \frac{1}{2}\vec{a} + \frac{1}{2}\vec{b}$

より、点 P は AB の中点 M



(4) $0 < t < 1$

ヒント $\vec{p} = (1-t)\vec{a} + t\vec{b}$

$= \vec{a} + t\overrightarrow{AB}$ として、 \rightarrow

$t\overrightarrow{AB}$ の存在範囲を考える。

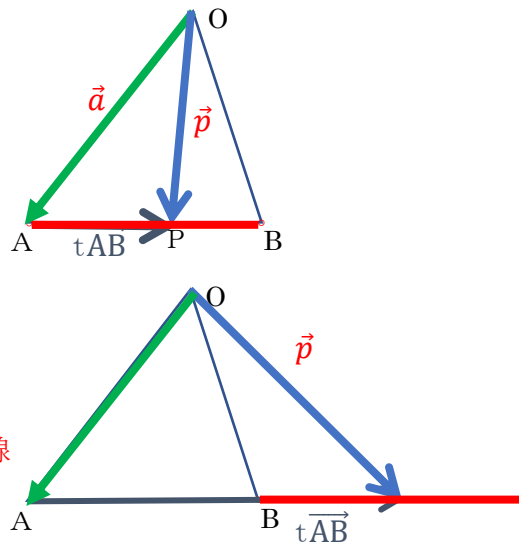
点 P は、線分 AB 内 にある。

(5) $1 < t$

$t\overrightarrow{AB}$ の終点は、点 B の右にくる。

従って、

点 P の存在範囲は、右図赤線の半直線



(6) $t < 0$

$t < 0$ より、 $t\overrightarrow{AB}$ の向きは \overrightarrow{AB} の向きと 逆 になる。

点 P の存在範囲は、下図赤線の半直線

