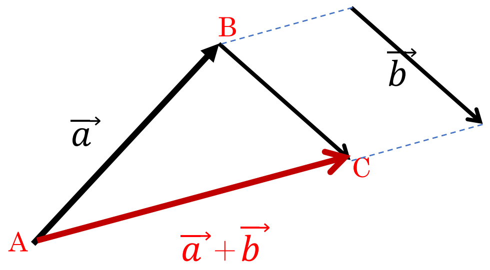
２　ベクトルの加法

A　ベクトルの加法



ベクトル$\vec{a}$ と、ベクトル$\vec{b}$に対して、

$\vec{a}=\overrightarrow{AB}$、$\overrightarrow{BC}=\vec{b}$

となるように点A、B、Cをとる。

このようにして定まるベクトル$\overrightarrow{AC}$ を、$\vec{a}$ と $\vec{b}$ の和といい、$\vec{a}+\vec{b}$ とかく。すなわち、

$$\boxed{\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AC}}$$

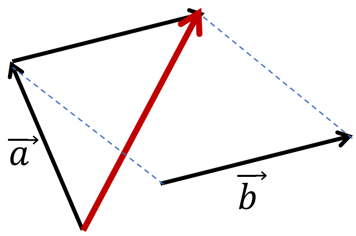
となる。ポイントは，

$\vec{a}$の終点と$\vec{b}$の始点を合わせる。

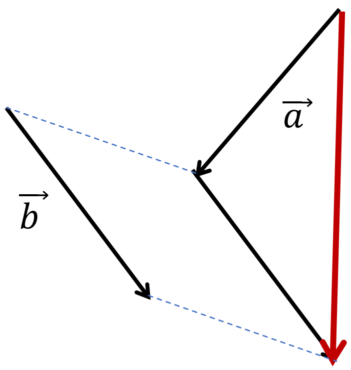
ことである。

＜例 4＞ $\vec{a}$ と $\vec{b}$ が次のように与えられているとき，$\vec{a}+\vec{b}$ を図示せよ。

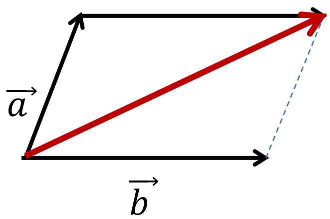
(1)



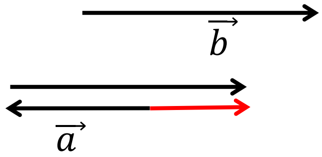
(2)



(3)



(4)



ベクトルの加法について，次の計算法則が成り立つ。

Ⅰ．交換法則　　$\vec{a}+\vec{b}=\vec{b}+\vec{a}$

Ⅱ．結合法則　　$(\vec{a}+\vec{b})+\vec{c}=\vec{a}+(\vec{b}+\vec{c})$

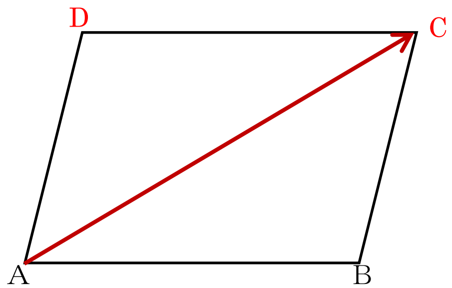
（証明）

Ⅰ．$\vec{a}=\overrightarrow{AB}$、$\overrightarrow{BC}=\vec{b}$ であるように、点A，B、Cをとり、平行四辺形 ABCDを作る。

左辺 $=\vec{a}+\vec{b}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AC}$

右辺 $=\vec{b}+\vec{a}=\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{DC}=\overrightarrow{AC}$

従って、$\vec{a}+\vec{b}=\vec{b}+\vec{a}$

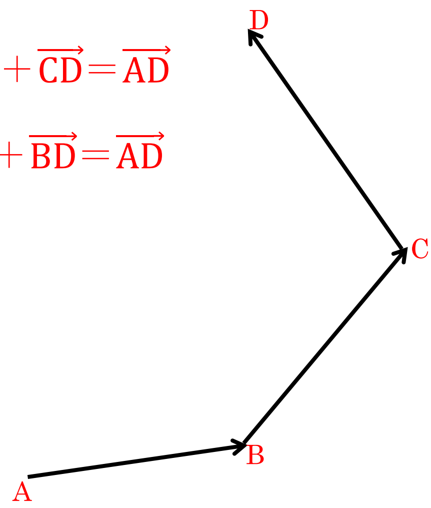


Ⅱ．$\vec{a}=\overrightarrow{AB}$、$\vec{b}=\overrightarrow{BC}$、$\vec{c}=\overrightarrow{CD}$ とする。

左辺 $=(\vec{a}+\vec{b})+\vec{c}=(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC})+\overrightarrow{CD}=\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{CD}=\overrightarrow{AD}$

右辺 $=\vec{a}+(\vec{b}+\vec{c})=\overrightarrow{AB}+(\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CD})=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BD}=\overrightarrow{AD}$

従って、$(\vec{a}+\vec{b})+\vec{c}=\vec{a}+(\vec{b}+\vec{c})$



B　零ベクトル

$\vec{a}=\overrightarrow{AB}$ のとき、$-\vec{a}=\overrightarrow{BA}$ であるから、

$\vec{a}+(-\vec{a})=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BA}=\overrightarrow{AA}$

となり、始点と終点が同じ点になるベクトルになる。

このようなベクトルを零ベクトル（ゼロベクトル）といい、$\vec{0}$ で表す。

$\overrightarrow{AA}=\vec{0}$、$\overrightarrow{BB}=\vec{0}$

また、零ベクトルの大きさは、0 とし、向きは考えないものとする。

＜例 5＞

(1) $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CA}=\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{CA}=\overrightarrow{AA}=\vec{0}$

(2) $\overrightarrow{AB}+\vec{0}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BB}=\overrightarrow{AB}$