

第2章 空間のベクトル (11)

<例23> 次の点の座標を求めよ

(1) A(1, -4, 7), B(7, 2, -5), C(-2, 5, 4) のとき

① 線分ABの中点M

$$x = \frac{1+7}{2} = 4$$

$$y = \frac{-4+2}{2} = -1$$

$$z = \frac{7+(-5)}{2} = 1$$

より、M(4 、 -1 、 1)

② 線分ABを2:1に内分する点E

$$x = \frac{2 \times 7 + 1 \times 1}{2+1} = 5$$

$$y = \frac{2 \times 2 + 1 \times (-4)}{2+1} = 0$$

$$z = \frac{2 \times (-5) + 1 \times 7}{2+1} = -1$$

より、E(5 、 0 、 -1)

③ 線分ABを2:3に外分する点D

$$x = \frac{2 \times 7 - 3 \times 1}{2-3} = -11$$

$$y = \frac{2 \times 2 - 3 \times (-4)}{2-3} = -16$$

$$z = \frac{2 \times (-5) - 3 \times 7}{2-3} = 31$$

より、D(-11 、 -16 、 31)

④ $\triangle ABC$ の重心G

$$x = \frac{1+7+(-2)}{3} = 2$$

$$y = \frac{-4+2+5}{3} = 1$$

$$z = \frac{7+(-5)+4}{3} = 2$$

より、G(2 、 1 、 2)

(2) 2点A(2, 5, -3), B(4, -2, 3)から等距離にあるz軸上の点P

点Pは、P(0 、 0 、 z)とおける。

条件から、AP=BP

$$\sqrt{4 + 25 + (z+3)^2} = \sqrt{16 + 4 + (z-3)^2}$$

両辺を2乗して、

$$29 + z^2 + 6z + 9 = 20 + z^2 - 6z + 9$$

$$\text{これより、} z = -\frac{3}{4}$$

B 座標平面に平行な平面の方程式

点C(0, 0, c)を通り、xy平面に平行な平面を α とする。

このとき、平面 α 上の任意の点Pをとると、

$$P(x, y, c)$$

すなわち、平面 α は、方程式

$$z=c \quad \dots \textcircled{1}$$

を満たす点(x, y, z)の全体である。

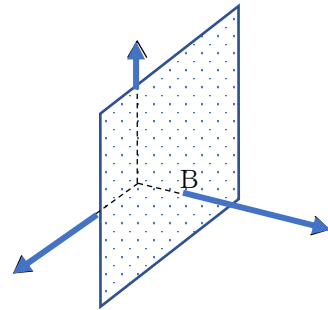
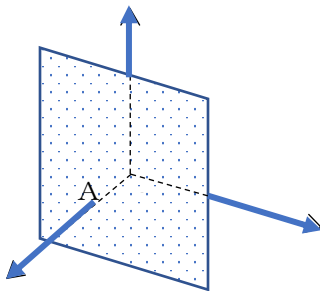
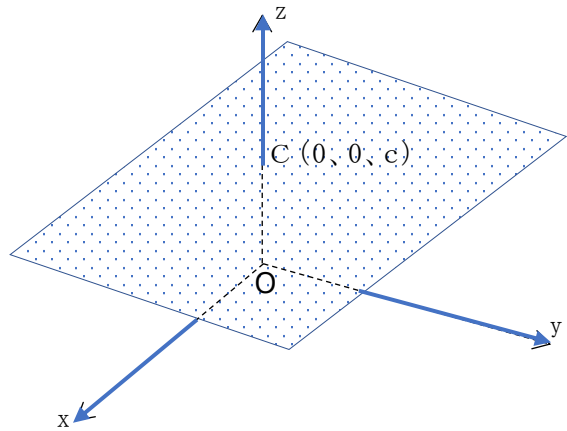
このとき、 $\textcircled{1}$ を平面 α の方程式という。

また、この平面は、z軸と垂直である。

<例24>

(1) 点A(a, 0, 0)を通り、yz平面に平行な平面の方程式を求めよ。 $x=a$

(2) 点B(0, b, 0)を通り、zx平面に平行な平面の方程式を求めよ。 $y=b$



<例25> 点A(2, -3, 5)を通り、次のような平面の方程式を求めよ。

(1) xy平面に平行

$$z=5$$

(2) yz平面に平行

$$x=2$$

(3) zx平面に平行

$$y=-3$$