

第2章 空間のベクトル (2)

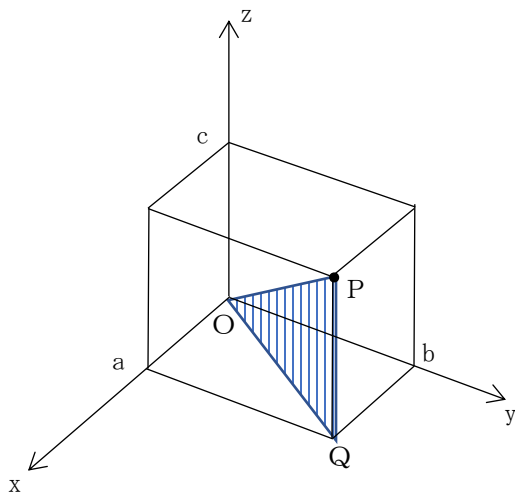
[B] 原点Oと点Pの距離

原点Oと点P(a, b, c)の距離を求めてみよう。
点Pからxy平面に下した垂線の足をQとすると、
△OPQは直角三角形であるから、

$$\begin{aligned}OP^2 &= OQ^2 + PQ^2 \\ &= (a^2 + b^2) + c^2\end{aligned}$$

従って、次のことが成り立つ。

$$\text{点P(a, b, c)のとき、} OP = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$$



<例6> 原点Oと次の点との距離を求めよ。

(1) P(2, 3, 4)

$$OP = \sqrt{2^2 + 3^2 + 4^2} = \sqrt{29}$$

(2) Q(3, 4, -5)

$$OP = \sqrt{3^2 + 4^2 + (-5)^2} = \sqrt{50} = 5\sqrt{2}$$

演習 1 z軸上に点Aをとる。点Aと点B(1, 5, -7)が原点Oから等しい距離にあるとき、
点Aの座標を求めよ。

点Aはz軸上にあるので、A(0, 0, c)とおける。

$$OA = \sqrt{0^2 + 0^2 + c^2} = \sqrt{c^2} = |c|$$

$$OB = \sqrt{1^2 + 5^2 + (-7)^2} = \sqrt{75} = 5\sqrt{3}$$

従って、 $c^2 = 75$ より、 $c = \pm 5\sqrt{3}$ より、 $A(0, 0, 5\sqrt{3})$ 、 $A(0, 0, -5\sqrt{3})$

2 空間のベクトル

A 空間のベクトル

ベクトルとは、

空間においても、始点をA、終点をBとする有向線分ABが表すベクトルを

$$\overrightarrow{AB}$$

で表し、その大きさを $|\overrightarrow{AB}|$ とかく。
平面ベクトル同様に次のように定める。

- 零ベクトルとは、大きさが0のベクトル、 $\vec{0}$ 、 \overrightarrow{AA}
- 単位ベクトルとは、大きさが1のベクトル
- 逆ベクトルとは、大きさが同じで、向きが逆のベクトル

空間ベクトルについても、平面ベクトルと同様に、相等、和、差、実数倍を定める。

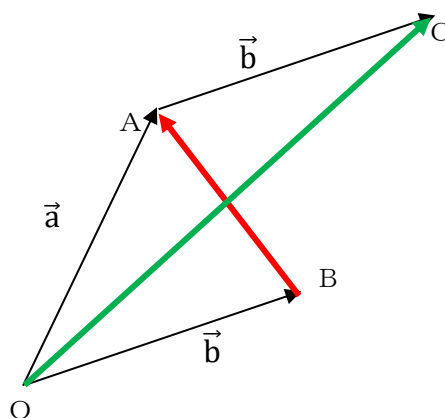
空間ベクトルの相等

$$\vec{a} = \vec{b} \Leftrightarrow \begin{cases} 1) \text{ 大きさが同じ} \\ 2) \text{ 向きが同じ} \end{cases}$$

加法、減法

$$\vec{a} + \vec{b} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{OC}$$

$$\vec{a} - \vec{b} = \overrightarrow{BA}$$



実数倍

実数kとベクトル \vec{a} の積 $k\vec{a}$ は、次のように定める。

$k > 0$ のとき、同じ向きで大きさがk倍のベクトル

$k < 0$ のとき、逆向きで大きさが|k|倍のベクトル

$k = 0$ のとき、 $0 \times \vec{a} = \vec{0}$

平行条件

$$\vec{a} // \vec{b} \Leftrightarrow \vec{b} = k\vec{a} \text{ となる実数 } k \text{ が存在する。}$$