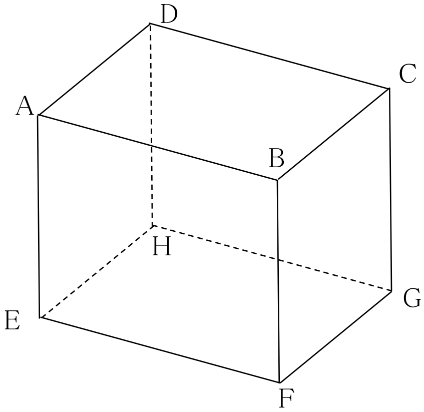
第2章　空間のベクトル（3）

＜例7＞　図の立体は直方体である。次の問いに答えよ。



（1）$\overrightarrow{AB}$に等しいベクトルを答えよ

$\overrightarrow{DC}$、$\overrightarrow{HG}$、$\overrightarrow{EF}$

（2）$\overrightarrow{EH}$の逆ベクトルを答えよ。

$\overrightarrow{HE}$、$\overrightarrow{DA}$、$\overrightarrow{CB}$、$\overrightarrow{GF}$

(3) $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{CG}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BF}=\overrightarrow{AF}$

(4) $\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{CG}=\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AE}=\overrightarrow{EB}$

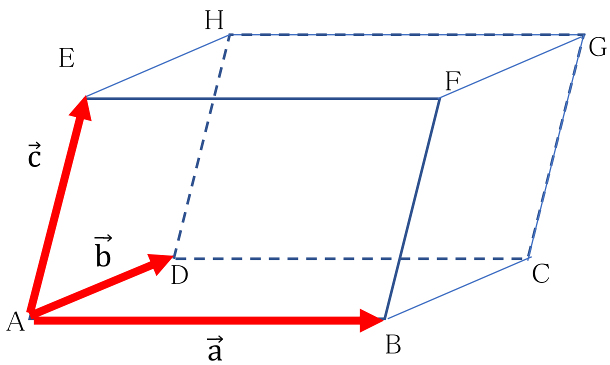
※引き算は、始点を揃えるのが基本。

B　ベクトルの分解

＜例8＞図の平行六面体で、$\overrightarrow{AB}=\vec{a}$ 、$\overrightarrow{AD}=\vec{b}$ 、$\overrightarrow{AE}$ $=\vec{c}$とする。

次のベクトルを$\vec{a}$ 、$\vec{b}$ 、$\vec{c}$ で表せ。

(1) $\overrightarrow{AG}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CG}=\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}$



(2) $\overrightarrow{FD}=\overrightarrow{FB}+\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{AD}=-\vec{c}-\vec{a}+\vec{b}$

$=-\vec{a}+\vec{b}-\vec{c}$

(3) $\overrightarrow{HB}=\overrightarrow{HE}+\overrightarrow{EA}+\overrightarrow{AB}=-\vec{b}-\vec{c}+\vec{a}$

$=\vec{a}-\vec{b}-\vec{c}$

(4) $\overrightarrow{CE}=\overrightarrow{CF}+\overrightarrow{FE}+\overrightarrow{CG}=-\vec{b}-\vec{a}$

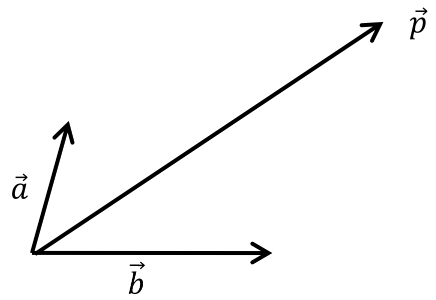
$=-\vec{a}-\vec{b}$

(5) $\overrightarrow{FH}=\overrightarrow{FG}+\overrightarrow{GH}+\overrightarrow{CG}=\vec{b}-\vec{a}=-\vec{a}+\vec{b}$

平面上においては、$\vec{a}\neq\vec{0}$、$\vec{b}\neq\vec{0}$で、$\vec{a}$, $\vec{b}$が平行でないとき, 任意のベクトル$\vec{p}$は、

$$\vec{p}=\mathrm{h}\vec{a}+\mathrm{k}\vec{b}\quad (\mathrm{h},\ \mathrm{k}\text{は実数})$$

の形に**一意的**に表すことができた。



空間においては、次のことが成り立つ。

同じ平面上にない3点O、A、B、Cが与えられているとき、

$\overrightarrow{OA}=\vec{a}$ 、$\overrightarrow{OB}=\vec{b}$ 、$\overrightarrow{OC}=\vec{c}$とする。

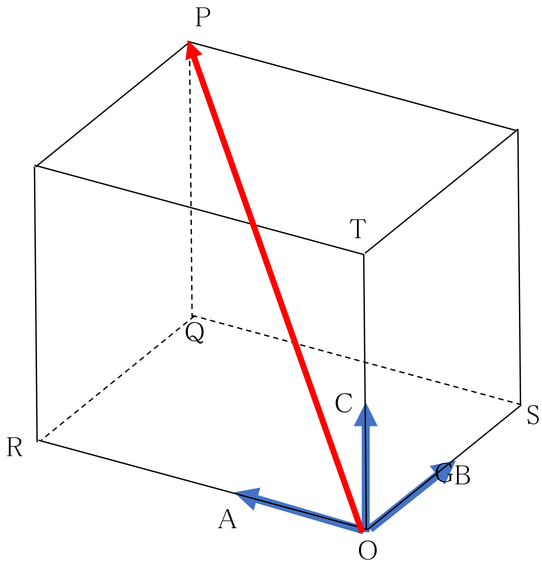
この空間のどんなベクトル$\vec{p}$ も、適当な実数s、t、uを用いて

$$\vec{p}=s\vec{a}+t\vec{b}+u\vec{c}$$

の形に表すことができる。

$\vec{p}=\overrightarrow{OP}$ とする。

点Pを通り、直線OCに平行な直線と平面OABとの交点をQとする。
図のように、点R、S、Tをとる。



$\overrightarrow{OR}//\overrightarrow{OA}$より、$\overrightarrow{OR}=s\overrightarrow{OA}=s\vec{a}$

となる実数sがある。
同様にして、

$\overrightarrow{OS}=t\overrightarrow{OB}=t\vec{b}$

$\overrightarrow{OT}=u\overrightarrow{OC}=u\vec{c}$

とかける。
従って、

$\overrightarrow{OP}=\overrightarrow{OR}+\overrightarrow{OS}+\overrightarrow{OT}=s\vec{a}+t\vec{b}+u\vec{c}$