3　ベクトルの成分

A ベクトルの成分表示

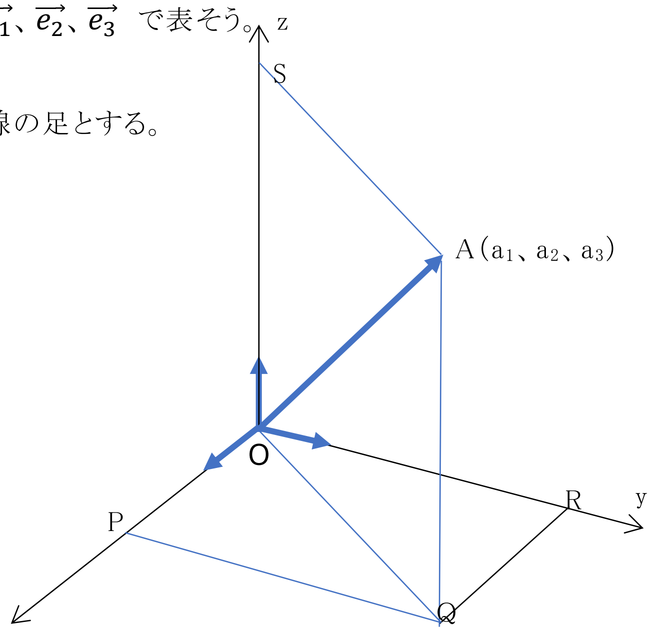
Oを原点とする座標空間で、x軸、y軸、z軸の正の向きの単位ベクトルを、それぞれ

$\overrightarrow{e_1}$、$\overrightarrow{e_2}$、$\overrightarrow{e_3}$

とおき、これをまとめて**基本ベクトル**という。

ここで、A(a_1、a_2、a_3)のとき、$\overrightarrow{OA}$を$\overrightarrow{e_1}$、$\overrightarrow{e_2}$、$\overrightarrow{e_3}$　で表そう。

図のように点P、Q、R、Sをとる。
点Qは点Aからxy平面に下した垂線の足とする。



このとき、

$\overrightarrow{OP}=a_1\overrightarrow{e_1}$

$\overrightarrow{OR}=a_2\overrightarrow{e_2}$

$\overrightarrow{OS}=a_3\overrightarrow{e_3}$

より、

$\overrightarrow{OA}=\overrightarrow{OP}+\overrightarrow{PQ}+\overrightarrow{QA}=\overrightarrow{OP}+\overrightarrow{OR}+\overrightarrow{OS}$

$\quad=a_1\overrightarrow{e_1}+a_2\overrightarrow{e_2}+a_3\overrightarrow{e_3}$

上のようにベクトルを基本ベクトルで表したものをベクトルの**基本ベクトル表示**という。

また，3つの実数a_1、a_2、a_3をベクトル$\vec{a}$の**成分**という。このとき，$\vec{a}$の成分の組は，終点Aの座標に等しい。そこで，

$\vec{a}=(a_1、a_2、a_3)$

とかき，これをベクトルの**成分表示**という。

図より、次のことが成り立つ。

$\vec{a}=(a_1、a_2、a_3)$ のとき、$|\vec{a}|=OA=$

＜例9＞次のベクトルの大きさを求めよ。

(1) $\vec{a}=(2、-3、5)$

$|\vec{a}|=\sqrt{2^2+(-3)^2+5^2}=\sqrt{4+9+25}=\sqrt{38}$

(2) $\vec{b}=(2、4、-4)$

$|\vec{b}|=\sqrt{2^2+4^2+(-4)^2}=\sqrt{4+16+16}=\sqrt{36}=6$

$\boxed{\text{B}}$ 和・差・実数倍の成分表示

空間ベクトルの成分について一般に次のことが成り立つ

Ⅰ $(a_1, a_2, a_3)=(b_1, b_2, b_3)$のとき、$a_1=b_1$、$a_2=b_2$、$a_3=b_3$

Ⅱ $(a_1, a_2, a_3)+(b_1, b_2, b_3)=(a_1+b_1、a_2+b_2、a_3+b_3)$

$(a_1, a_2, a_3)-(b_1, b_2, b_3)=(a_1-b_1、a_2-b_2、a_3-b_3)$

Ⅲ $k(a_1, a_2, a_3)=(ka_1, ka_2, ka_3)$ ただし，kは実数とする。

＜例10＞$\vec{a}=(1、-2、3)$、$\vec{b}=(-1、3、4)$のとき，次のベクトルの成分と大きさを求めよ。

(1) $\vec{a}+\vec{b}$

$=(1、-2、3)+(-1、3、4)=(0、1、7)$

$|\vec{a}+\vec{b}|=\sqrt{0+1+49}=\sqrt{50}=5\sqrt{2}$

(2) $2\vec{a}-3\vec{b}$

$=(2、-4、6)-(-3、9、12)=(5、-13、6)$

$|2\vec{a}-3\vec{b}|=\sqrt{25+169+36}=\sqrt{230}$