

## 第2章 空間のベクトル (5)

---

**演習 2**  $\vec{p}=(-1, 5, 0)$ を  $\vec{a}=(1, -2, 3)$ 、 $\vec{b}=(-2, 1, 0)$ 、 $\vec{c}=(2, -3, 1)$ で表せ。

**ヒント**  $\vec{p}=s\vec{a}+t\vec{b}+u\vec{c}$  ( $s, t, u$ は実数)とおく。

$$\vec{p}=s\vec{a}+t\vec{b}+u\vec{c}$$

$$=s(1, -2, 3)+t(-2, 1, 0)+u(2, -3, 1)$$

$$=(s, -2s, 3s)+(-2t, t, 0)+(2u, -3u, u)$$

$$=(s-2t+2u, -2s+t-3u, 3s+u)$$

$$=(-1, 5, 0)$$

従って、成分を比較して、

$$\begin{cases} s-2t+2u=-1 & \cdots \text{①} \\ -2s+t-3u=5 & \cdots \text{②} \\ 3s+u=0 & \cdots \text{③} \end{cases}$$

ここで、③より、 $u=-3s$ 、これを①、②へ代入して、

$$s-2t+2(-3s)=-1 \quad \therefore 5s+2t=1$$

$$-2s+t-3(-3s)=5 \quad \therefore 7s+t=5$$

これを解いて、 $s=1, t=-2$

③より、 $u=-3$

従って、

$$\vec{p}=\vec{a}-2\vec{b}-3\vec{c}$$

### □ 座標空間の点とベクトル

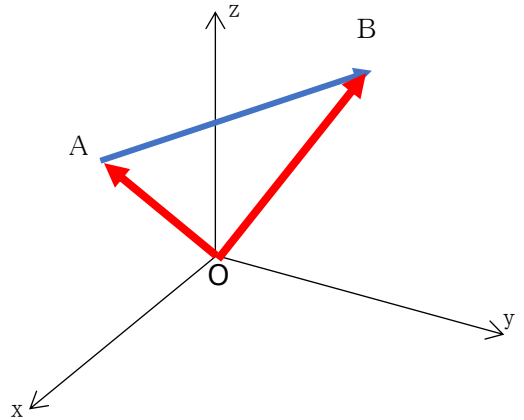
座標空間の点  $A(a_1, a_2, a_3)$ 、 $B(b_1, b_2, b_3)$

のとき、 $\overrightarrow{AB}$ の成分は、

$$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OA}$$

$$= (b_1, b_2, b_3) - (a_1, a_2, a_3)$$

$$= (b_1 - a_1, b_2 - a_2, b_3 - a_3)$$



$A(a_1, a_2, a_3)$ 、 $B(b_1, b_2, b_3)$ のとき、

$$\overrightarrow{AB} = (b_1 - a_1, b_2 - a_2, b_3 - a_3)$$

$$|\overrightarrow{AB}| = \sqrt{(b_1 - a_1)^2 + (b_2 - a_2)^2 + (b_3 - a_3)^2}$$

<例11> 次の2点A、Bについて、 $\overrightarrow{AB}$ の成分及び大きさを求めよ。

(1)  $A(1, 4, 1)$ 、 $B(3, 2, 5)$

$$\overrightarrow{AB} = (2, -2, 4)$$

$$|\overrightarrow{AB}| = \sqrt{4 + 4 + 16} = \sqrt{24} = 2\sqrt{6}$$

(2)  $A(1, -2, 3)$ 、 $B(3, 1, -1)$

$$\overrightarrow{AB} = (2, 3, -4)$$

$$|\overrightarrow{AB}| = \sqrt{4 + 9 + 16} = \sqrt{29}$$

<例12> 3点  $A(2, 1, -3)$ 、 $B(-1, 5, -2)$ 、 $C(4, 3, -1)$ がある。四角形ABCDが平行四辺形となうように点Dの座標を求めよ。

$\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$ であればよい。そこで、 $D(x, y, z)$ とおくと、

$$\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{OD} - \overrightarrow{OA} = (x, y, z) - (2, 1, -3) = (x-2, y-1, z+3)$$

$$\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{OC} - \overrightarrow{OB} = (4, 3, -1) - (-1, 5, -2) = (5, -2, 1)$$

より、 $x-2=5$ 、 $y-1=-2$ 、 $z+3=1 \quad \therefore x=7$ 、 $y=-1$ 、 $z=-2 \quad \therefore D(7, -1, -2)$

