

第3章 数列 (1)

第1節 等差数列と等比数列

1. 数列と一般項

A 数列の表記

正の奇数を小さい順に並べると、

$$1, 3, 5, 7, \dots$$

のような数の列が出来る。

このように、ある規則によって定まる数の列を数列という。

従って、数列は、何番目の値が何であるかがその規則によって定まる。

<例 1> 次の数列はどのような規則によって並べられているかを考え、[]の中に適当な数を入れよ。

(1) 1, 4, 7, [10], 13, 16, ……………

(2) 2, -4, 8, -16, [32], -64, ……………

(3) 1, 2, 4, 7, 11, 16, [22], ……………

数列を一般的に表すには、

$$a_1, a_2, a_3, \dots, a_n, \dots$$

のように書く。

数列における各数を項といい、

a_1 を第1項, a_2 を第2項, a_3 を第3項, ……………

という。特に第1項のことを初項という。

はじめから第n番目の項 a_n を第n項といい、 a_n を一般項という。

また、数列 $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n, \dots$

は、簡単に $\{a_n\}$ とかく。

数列の第 n 項を定める規則が n の式で表されるとき、この数列の各項は、その式の n に、1, 2, 3, ……………を代入して得られる。

〈例 2〉 数列の第 n 項 a_n が次の式で与えられているとき、初項から第 3 項までをかけ。

(1) $a_n = -2n + 3$

$a_1 = 1$, $a_2 = -1$, $a_3 = -3$

(2) $a_n = n^2 + 2n - 2$

$a_1 = 1$, $a_2 = 6$, $a_3 = 13$

(3) $a_n = 3 \times 2^{n-1}$

$a_1 = 3 \times 2^0 = 3$, $a_2 = 3 \times 2 = 6$, $a_3 = 3 \times 2^2 = 12$

(4) $a_n = \sin \frac{n\pi}{4}$

$a_1 = \sin \frac{\pi}{4} = \frac{1}{\sqrt{2}}$, $a_2 = \sin \frac{\pi}{2} = 1$, $a_3 = \sin \frac{3\pi}{4} = \frac{1}{\sqrt{2}}$

□ 数列の一般項 a_n を n の式で表す

〈例 3〉 次の数列の一般項を求めよ。

(1) 2, 4, 6, 8, 10, 12, ………

$a_n = 2n$

(2) 1, 8, 27, 64, 125, ………

$a_n = n^3$

(3) 2, 4, 8, 16, 32, ………

$a_n = 2^n$

(4) 1, -1, 1, -1, ………

$a_n = (-1)^{n-1}$ ($(-1)^{n+1}$ でも OK)

(5) $\frac{1}{2}, \frac{2}{4}, \frac{3}{8}, \frac{4}{16}, \dots$

$a_n = \frac{n}{2^n}$