$\boxed{\text{C}}$ 数列の和と一般項（和S_{n}から一般項a_{n}を求める）

数列$\{a_{\mathrm{n}}\}$の一般項a_{n}と，その初項から第 n 項までの和S_{n}について，

n≧2　のとき，$a_{n} = S_{n} - S_{n-1}$

n＝1 のとき、$a_1 = S_1$

(証明)

n≧2　のとき，

$$S_{\mathrm{n}} = a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_{n-1} + a_n$$

$$S_{\mathrm{n}-1} = a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_{n-1}$$

両辺を引くと、

$$S_{\mathrm{n}} - S_{\mathrm{n}-1} = a_n$$

n＝1 のとき、$S_1 = a_1$　より明らか。

〈例 24〉 初項から第 n 項までの和S_{n}が次で与えられているとき，一般項a_{n}を求めよ。

(1)　$S_{\mathrm{n}} = n^2 + 3n$

$a_1 = S_1 = 1^2 + 3 = 4$

n≧2　のとき、

$$\begin{aligned} a_{\mathrm{n}} &= S_{\mathrm{n}} - S_{\mathrm{n}-1} \\ &= (n^2 + 3n) - \{(n-1)^2 + 3(n-1)\} \\ &= n^2 + 3n - (n^2 - 2n + 1 + 3n - 3) \\ &= 2n + 2 \end{aligned}$$

n＝1　のとき，$a_1 = 2 + 2 = 4$

これは，$a_{\mathrm{n}} = 2n + 2$　において，n＝1 とおいたものに等しい。

従って、一般項a_{n}は、

$$a_{\mathrm{n}} = 2n + 2$$

(2)　$S_{\mathrm{n}} = n^3 + 1$

$a_1 = S_1 = 1^2 + 1 = 2$

n≧2　のとき、

$$\begin{aligned} a_{\mathrm{n}} &= S_{\mathrm{n}} - S_{\mathrm{n}-1} \\ &= (n^3+1) - \{(n-1)^3 + 1\} \\ &= n^3 + 1 - (n^3 - 3n^2 + 3n - 1 + 1) \\ &= 3n^2 - 3n + 1 \end{aligned}$$

n＝1　のとき, $a_1 = 3 - 3 + 1 = 1$

これは, $a_1 = 2$　に反する。

従って、次のようになる。

$\mathrm{n} = 1$ のとき、$a_1 = 2$

$\mathrm{n} \geq 2$ のとき、$a_n = 3n^2 - 3n + 1$

(3)　$S_n = 3^n - 1$

$a_1 = S_1 = 3^1 - 1 = 2$

n≧2　のとき、

$$\begin{aligned} a_{\mathrm{n}} &= S_{\mathrm{n}} - S_{\mathrm{n}-1} \\ &= (3^n - 1) - (3^{n-1} - 1) \\ &= 3^n - 3^{n-1} \\ &= 2 \cdot 3^{n-1} \end{aligned}$$

$$\boxed{\begin{aligned} 3^n - 3^{n-1} &= 3 \cdot 3^{n-1} - 3^{n-1} \\ &= (3-1)3^{n-1} \\ &= 2 \cdot 3^{n-1} \end{aligned}}$$

n＝1　のとき, $a_1 = 2 \cdot 3^0 = 2$

これは, $a_{\mathrm{n}} = 2 \cdot 3^{n-1}$　において, n＝1 とおいたものに等しい。

従って、一般項a_{n}は、

$a_{\mathrm{n}} = 2 \cdot 3^{n-1}$

(参)数列$\{a_{\mathrm{n}}\}$は、初項 2、公比 3 の等比数列である。