2．等差数列

A 等差数列

ある数に一定の数を次々と加えていって得られる数列を**等差数列**という。

この一定の数のことを，この等差数列の**公差**という。

次の数列｛a_n｝は公差が＿4＿の等差数列である。

3、7、11、15、19、23、27、・・・、

等差数列では、隣り合う２項の差は、常に一定の数(公差)に等しい。

<例 4>　次の数列が等差数列であるとき，公差を求め第５項までをかけ。

(1)　2，5，8，＿11＿，＿14＿

公差　3

(2)　10，$\boxed{6}$，2，＿−2＿，＿−6＿

公差　−4

B 等差数列の一般項

初項 a，公差 d の等差数列｛a_n｝において、その一般項a_nを求めてみよう。

$a_1 = a$

$a_2 = a_1 + d = a + d$

$a_3 = a_2 + d = (a + d) + d = a + 2d$

$a_4 = a_3 + d = (a + 2d) + d = a + 3d$

・・・

$a_n = a + (n-1)d$

初項 a，公差 d の等差数列の第 n 項a_nは，$a_n = a + (n-1)d$

<例 5>次の等差数列の一般項a_nを求めよ。

(1)　初項 3，公差 4

$a_n=3+(n-1)\times4=4n-1$

(2)　4，1，−2，−5，・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・

初項 4、公差−3 より、$a_n=4+(n-1)\times(-3)=-3n+7$

<例 6>

初項 2、公差 3 の等差数列｛a_n｝について

（1）59 は第何項か。

$a_n=2+(n-1)\times3=3n-1$

ここで、$a_n=59$ とおくと、$3n-1=59$　$\therefore n=20$　従って 59 は、第 20 項

（2）初めて 100 を超えるのは第何項か。

$a_n=3n-1>100$　として、$n>\frac{101}{3}=33.666\cdots$より、初めて 100 を超えるのは第 34 項

（参考）$a_{33}=98$、$a_{34}=101$

$\boxed{\text{演習 1}}$　等差数列｛a_n｝について次の問に答えよ。

(1)　初項 15，第 5 項が 3 であるとき，公差と一般項を求めよ。

初項を a，**公差を** d とおくと、

$a=15$

$a_5=a+4d=3$　$\therefore$　$15+4d=3$

これより，$d=-3$

従って，$a_n=15+(n-1)\times(-3)=-3n+18$

等差数列の解法の基本 **初項を** a，**公差を** d とおく

(2)　第 5 項が−5，第 10 項が 15 である等差数列の初項と公差を求めよ。

初項を a，**公差を** d とおくと、

$a_5=a+4d=-5$　…　①

$a_{10}=a+9d=15$　…　②

これを解いて、$a=-21$　、$d=4$

(3)　第 10 項が 30，第 20 項が 0 である等差数列の第 25 項を求めよ。

$a_{10}=a+9d=30$　…　①

$a_{20}=a+19d=0$　…　②

これを解いて、$a=57$　、$d=-3$

$a_{25}=a+24d=57+24\times(-3)=-15$