４．等比数列

A 等比数列

ある数に一定の数をつぎつぎにかけていって得られる数列を**等比数列**という。

この一定の数を**公比**という（断わりがないときは，実数で考える）

〈例 10〉 次の数列が等比数列であるとき，公比を求め第4項をかけ。

(1) 2，－6，・・・・・・・・・・・・・・・

公比－3、$a_4=-54$

(2) 24，　　，6，・・・・・・・・・・・・・・・

公比$\frac{1}{2}$、$a_4=3$

公比$-\frac{1}{2}$、$a_4=-3$

B 等比数列の一般項

初項 a，公比 r の等比数列$\{a_n\}$においてその一般項を求めてみよう。

$a_1=a$

$a_2=a_1\times r=ar$

$a_3=a_2\times r=ar^2$

$a_4=a_3\times r=ar^3$

$a_n=ar^{n-1}$

初項 a，公比 r の等比数列の一般項a_nは，$a_n=ar^{n-1}$

〈例 11〉次の等比数列の一般項を求めよ。

(1) 初項 3，公比－4

$a_n=3\cdot(-4)^{n-1}$

(2) $\frac{1}{2},\frac{1}{4},\frac{1}{8},$・・・・・・・・・・・・・・・・・・・、$a_n=\frac{1}{2}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}=\left(\frac{1}{2}\right)^n$

(3) 18, −6, 2, ・・・・・・・・・・・・・・・・・

$a_n = 18 \cdot \left(-\frac{1}{3}\right)^{n-1}$

$\boxed{\text{演習 5}}$ 等比数列について次の問に答えよ。

等比数列の基本 初項と公比

(1) 初項 2, 第 6 項が 486 であるとき, 公比と一般項を求めよ。

初項を a、公比を r とおくと、

$a = 2$

$a_6 = ar^5 = 486$

より,

$r^5 = 243$ ∴ $r = 3$ 、$a_n = 2 \cdot 3^{n-1}$

(2) 第 5 項が−48, 第 8 項が 384 である等比数列の初項と公比を求めよ。

$a_5 = ar^4 = -48$

$a_8 = ar^7 = 384$

これより、$r^3 = -8$ ∴ $r = -2$、$a = -3$

(3) 第 6 項 32, 第 8 項 8 である等比数列の初項と公比、および第 10 項を求めよ。

$a_6 = ar^5 = 32$

$a_8 = ar^7 = 8$

より、$r^2 = \frac{1}{4}$ ∴ $r = \pm\frac{1}{2}$

$r = \frac{1}{2}$のとき、$a = 1024$ $a_{10} = ar^9 = 1024 \times \left(\frac{1}{2}\right)^9 = 2$

$r = -\frac{1}{2}$のとき、$a = -1024$ $a_{10} = ar^9 = (-1024) \times \left(-\frac{1}{2}\right)^9 = 2$